Amsterdam University of Applied Sciences

Wiskundeonderwijs voor de toekomst

naar een repertoire van instructievormen

Author(s)
Buijs, Kees; Palha, Sonia; Zwaneveld, Bert

Publication date
2016

Document Version
Author accepted manuscript (AAM)

Link to publication

Citation for published version (APA):
Buijs, K., Palha, S., & Zwaneveld, B. (2016). Wiskundeonderwijs voor de toekomst: naar een repertoire van instructievormen. *Euclides*, *91*(7), 18-22.

General rights
It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Disclaimer/Complaints regulations
If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please contact the library: https://www.amsterdamuas.com/library/contact, or send a letter to: University Library (Library of the University of Amsterdam and Amsterdam University of Applied Sciences), Secretariat, P.O. Box 19185, 1000 GD Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

Creating Tomorrow

Download date:08 Oct 2026

Wiskundeonderwijs voor de toekomst – naar een repertoire van instructievormen

Kees Buijs, Sonia Palha (Hogeschool van Amsterdam), Bert Zwaneveld (Open Universiteit)

Wiskundige leerprocessen

Wiskundige leerprocessen zijn vaak lange-termijnleerprocessen waarbij begrippen, relaties en eigenschappen steeds nader verkend, onderzocht en doorgrond worden; en waarbij strategieën en procedures die met die begrippen samenhangen, op een steeds doelmatigere en (soms) abstractere manier uitgevoerd worden. Zulke leerprocessen vinden doorgaans in een cyclische opbouw plaats, veelal aangeduid als voortgaande mathematisering (Treffers, 1987; Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994), waarbij datgene wat op een zeker moment eigen gemaakt en ingeoefend wordt, de basis vormt voor begrippen en strategieën van een hoger niveau. Naast deze 'verticale kant' van het leerproces is er veelal ook een 'horizontale kant' waarbij begrippen, eigenschappen en strategieën op een steeds efficiëntere manier en in een steeds breder spectrum aan probleemsituaties worden toegepast – dit kunnen aan de alledaagse realiteit ontleende situaties zijn, maar ook wiskundige situaties. In toenemende mate behoren hiertoe ook 'informatiedragers' zoals tabellen en grafieken, spreadsheets, databestanden, zoekmachines, digitale uitklapmenu's, doorkliksystemen, en andere digitale informatiebronnen die als gevolg van technologische ontwikkelingen een steeds belangrijkere rol in onze samenleving spelen.

Instructie als hoeksteen van het wiskundeonderwijs

Een van de factoren die bepalend zijn voor de kwaliteit van het wiskundeonderwijs, is instructie. Van oudsher speelt instructie een sleutelrol in het wiskundeonderwijs naast andere factoren zoals lesmateriaal, beoogde leerdoelen, organisatie van het onderwijs in de klas en visie op het (wiskunde)onderwijs. Hoewel er al geruime tijd diverse vormen van schriftelijke instructie in het onderwijs gebruikt worden (zoals in het leerboek opgenomen instructiekaternen en 'adaptieve' online instructie), is het toch vooral de mondelinge, door de docent gegeven instructie die als voornaamste katalysator van het wiskundige leerproces geldt. Zulke instructie kan op veel uiteenlopende manieren plaatsvinden, waarbij de inbreng van de leerlingen en de mate van openheid van de instructie belangrijke 'parameters' vormen.

Uitleggen als meest basale instructievorm; interactieve instructie

Stap voor stap uitleggen wat essentiële kenmerken van een begrip zijn of hoe een bepaalde procedure in z'n werk gaat, kan wellicht als de meest basale vorm van instructie aangemerkt worden. Daarbij kan de mate van inbreng van de leerlingen variëren: de beginnende leraar is soms allang blij als hij/zij een geschikte uitleg kan produceren zonder dat deze 'onderbroken wordt' door op- en aanmerkingen van leerlingen. Maar gaandeweg zal de leraar zich realiseren dat een uitleg rijker en efficiënter wordt als er juist wel inbreng van de leerlingen is: betere aandacht, meer meedenken met de leraar, beter begrijpen van handelingen, begrippen of relaties, enzovoorts. Dit bevordert ook dat er in toenemende mate een gezamenlijke wiskundige taal door leraar en leerlingen gesproken wordt waardoor wederzijdse communicatie soepeler verlopen kan. Tevens werkt dit in de hand dat de leraar beter overziet in hoeverre de leerlingen een bepaald concept of bepaalde strategie doorzien; en dus hoe efficiënt zijn/haar uitleg is geweest.

Foto van een leraar in actie voor de klas, met leerlingen op de voorgrond

Substantieel wordt de inbreng van leerlingen als de leraar een uitleg begint met het stellen van relevante vragen en zijn/haar uitleg mede baseert op de suggesties en ideeën die de leerlingen aandragen. Dat kan bevorderen dat een uitleg beter aansluit bij de eigen informele kennis en strategieën van leerlingen en dat zij de samenhang met voorafgaande leerstof beter doorzien. Belangrijk bij deze gewoonlijk als 'interactieve instructie' aangeduide instructievorm (Nelissen, 1992; Buijs, 2011) is dat er mede op basis van wat er door leerlingen aangedragen wordt, een gezamenlijke wisselwerking tot stand komt waarbij de focus steeds nadrukkelijker op die kernideeën of oplossingsstrategieën komt te liggen die van essentieel belang voor de leerdoelen in kwestie zijn.

Instructie op basis van eigen probleemoplossende activiteiten van leerlingen

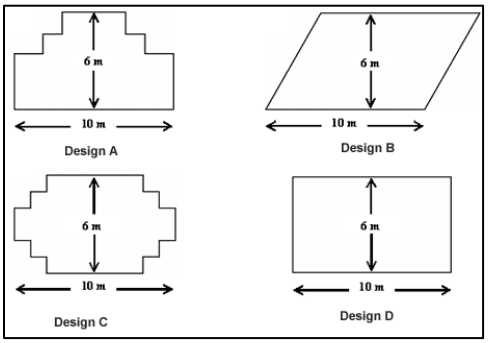
Een instructievorm waarbij een nog sterker beroep op de inbreng van de leerlingen wordt gedaan, doet zich voor als een lesactiviteit niet met een uitleg begint, maar met een korte oriëntatie op de leerstof, gevolgd door een opdracht aan de leerlingen om, alleen of in kleine groepjes, zelf te proberen tot een oplossing van een bepaald probleem te komen; en om deze oplossing zodanig te noteren dat er in de afsluitende nabespreking verslag over uitgebracht kan worden. Dit kan een lesactiviteit aan de ene kant lastiger maken omdat er mogelijk leerlingen zijn die niet direct goed op gang komen bij het zoeken naar een oplossing. Bovendien is het nodig dat de leraar een goed idee heeft wat voor oplossingen (informele en formele; omslachtige en efficiënte, correcte en niet correcte) er zoal te verwachten zijn, zodat hij/zij bij de oriëntatie op het probleem passende hints kan geven of een richting voor de oplossing kan suggereren. Een belangrijk voordeel van een dergelijke probleemgeoriënteerde lesopzet is echter dat de leerlingen gedwongen zijn om zelf actief in samenspraak met medeleerlingen op zoek naar een oplossing te gaan, dat ze leren om deze op hun eigen manier te noteren en verwoorden. Ook voor hun zelfvertrouwen en hun gevoel van eigenwaarde kan het gunstig zijn om op deze manier aan de slag te zijn.

Van cruciaal belang is dan de wijze waarop de nabespreking plaatsvindt. Aan de ene kant dienen de leerlingen de ruimte te krijgen om hun oplossingen te demonstreren en te verantwoorden; en om op elkaars oplossingen in te spelen. De leraar moet zulke oplossingen snel kunnen overzien, parafraseren en op het bord (laten) weergeven. Maar er dient ook een element van aansturing, bewustmaking en verdieping in de bespreking aanwezig te zijn, en juist hierin schuilt een aspect van instructie. De leerlingen moeten immers de samenhang tussen verschillende oplossingen gaan zien, verschillende niveaus van oplossing, essentiële eigenschappen en verbanden die daarin besloten liggen. Het zal duidelijk zijn dat een dergelijke vorm van instructie op basis van de eigen probleemoplossende activiteiten van leerlingen nogal wat vraagt van de docent maar aan de andere kant ook zeer lonend kan zijn doordat deze in hoge mate kan bijdragen aan een dieper inzicht in de leerstof, een gevoel van samen bezig zijn om wiskundige kennis op te bouwen, en een daarmee samenhangende constructieve wiskundige attitude (Oonk & De Goeij, 2006).

Instructie bij het leren probleem-oplossen

Nu is het zelf oplossen van problemen niet alleen waardevol in het licht van leerprocessen die specifiek betrekking hebben op bepaalde begrippen, relaties en procedures – het is ook op zichzelf in toenemende mate een belangrijk leerdoel van wiskundeonderwijs. Dat blijkt wel uit het feit dat het vaardigheidsniveau van leerlingen bij veel toetsen en examens, met inbegrip van belangrijke internationale onderzoeken zoals Pisa en Timss, steeds meer wordt bepaald via het meten van het probleemoplossend vermogen van leerlingen. Bovendien wordt probleem-oplossen ('problem solving'), met gebruikmaking van strategieën zoals modelleren, schematiseren en beargumenteren, als een essentieel aspect van 21ste eeuwse vaardigheden beschouwd (Boswinkel & Schram, 2011). Hetzelfde geldt voor het kritisch kunnen omgaan met de grote hoeveelheden numerieke gegevens en data die ons via internet en andere media bereiken, het kunnen analyseren en 'bewerken' van dergelijke gegevens, en het kunnen doorzien van verbanden tussen op verschillende manieren gepresenteerde gegevens (Gravemeijer, 2015).

Voorbeeld van een Pisa-opgave: het Timmermanprobleem



Bij welk tuinontwerp heeft de timmerman genoeg aan 32 meter hout om een hek eromheen te maken?

Het zal duidelijk zijn dat je het oplossen van problemen als leerling niet optimaal onder de knie krijgt via lessen waarbij instructie in de vorm van uitleggen de boventoon voert. Het gaat immers in hoge mate om activiteiten zoals (CTWO, 2007):

- Het zelf analyseren en modelleren van een situatie;
- Het zelf bedenken en uitvoeren van een oplossingsplan;
- Het proces van terugkomen op een gekozen werkwijze omdat deze niet voldoet;
- En het reflecteren op een verkregen oplossing om te achterhalen of deze past bij de centrale vraag uit het probleem.

Uiteraard kan een leraar wel helpen om zulke activiteiten bij leerlingen goed op gang te krijgen en te bestendigen door stimulerende opmerkingen, tussentijdse evaluatie of door 'er even bij te gaan zitten'. Maar instructie in de vorm van uitleggen past niet zo bij dergelijke lessen.
Veeleer komt het erop aan dat de leraar de voorwaarden en het 'leerklimaat' creëert waarin probleemoplossende activiteiten goed kunnen gedijen, dat er ruime gelegenheid is om de resultaten van zulke activiteiten gezamenlijk uit te wisselen en te overdenken. Daarbij hoeft de nadruk niet altijd op de meest elegante, geavanceerde of efficiënte oplossingswijze te liggen, maar meer op de mate van doordachtheid, de mate van onderbouwing, de wijze van visualisering van een oplossing, en dergelijke. Het instructie-element tijdens een nabespreking bestaat er voor de leraar dan ook vooral uit dat hij/zij dergelijke aspecten van een oplossing goed over het voetlicht weet te krijgen, zodat de leerlingen zich bewust worden van het belang van dergelijke aspecten voor het leren probleem-oplossen; en dat er een gezamenlijke gedachtewisseling tot stand komt over de samenhang van verschillende oplossingswijzen en de verantwoording daarvan.

Continuüm van instructievormen

De hierboven geschetste instructievormen zijn niet in alle opzichten scherp van elkaar te scheiden en overlappen elkaar enigszins. Zo kan stap voor stap uitleggen door de leraar verwant zijn aan interactieve instructie waarbij de uitleg plaatsvindt op basis van door de leerlingen aangedragen ideeën en suggesties. En deze laatste instructievorm vertoont natuurlijk gelijkenis met instructie op basis van de eigen probleem-oplossende activiteiten van leerlingen zoals dat hierboven is besproken. Men zou dan ook kunnen spreken van een continuüm aan instructievormen waarbij de mate van openheid van de instructie in combinatie met de mate van inbreng van de leerlingen de voornaamste 'parameters' vormen. Aan de ene kant van dit continuüm bevinden zich de meer gesloten instructievormen, zoals 'instructie op papier' en online-instructie waarbij de voornaamste stappen uit het beoogde oplossingsproces doorgaans stapsgewijs worden weergegeven; terwijl meer in het midden de hierboven beschreven instructievormen geplaatst kunnen worden waarbij de leraar stap voor stap uitleg geeft zonder substantiële inbreng van de leerlingen, of waarbij sprake is van interactieve instructie. Aan de andere kant van het continuüm zijn er instructievormen waarin geen instructie vooraf plaatsvindt zoals bij de andere instructievormen; en waarin de inbreng van de leraar vooral gericht is op het creëren van de omstandigheden en het leerklimaat voor een vruchtbaar oplossingsproces enerzijds en het goed tot z'n recht komen, met elkaar in verband brengen en beargumenteren van de verschillende gevonden oplossingswijzen anderzijds.

Wiskundeonderwijs voor de toekomst: gebruik van een repertoire aan instructievormen

Niet elke leraar zal evenveel affiniteit met alle genoemde instructievormen hebben. In de praktijk zal veelal sprake zijn van een combinatie waarbij bijvoorbeeld schriftelijke instructie naast instructie via stap voor stap uitleggen wordt gehanteerd. Naarmate het belang van het leren probleem-oplossen en van wiskundige denkactiviteiten (Drijvers, Van Streun & Zwaneveld, 2012) breder wordt onderkend, lijkt het echter gewenst dat er een verdere uitbreiding van deze combinatie plaatsvindt in de richting van instructievormen op basis van de eigen probleem oplossende activiteiten van leerlingen. Voor de toekomst van het wiskundeonderwijs lijkt het essentieel dat leerlingen ruime gelegenheid krijgen om ervaring op te doen met zaken zoals het analyseren en modelleren van probleemsituaties, het zelf construeren van oplossingen, het doorzien van de samenhang tussen oplossingen en het beargumenteren van de (on)juistheid van een oplossingswijze. Dat vraagt van de leraar een daarmee overeenkomende, andere rol waarbij instructie op basis van de eigen probleem oplossende activiteiten van leerlingen plaatsvindt, meer gericht is op gezamenlijke verdieping en doordenking, en op het samenvatten en verhelderen van de kern van wat aan de orde is gekomen.

Dit betekent uiteraard niet dat de meer klassieke instructievormen zoals uitleggen in het geheel niet meer van belang zijn; maar wel dat elke leraar steeds meer over een breed repertoire aan instructievormen dient te beschikken dat al naar gelang de situatie op passende wijze ingezet kan worden om het onderwijs vorm te geven. Met het oog daarop lijkt het tevens aan te bevelen om in de lerarenopleidingen systematische aandacht aan het gebruik van verschillende instructievormen te schenken, waarbij met name ook het belang van open instructievormen in de trant van hierboven belicht zou kunnen worden.

Literatuur:

Boswinkel N. & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: SLO.

Buijs, K. (2011). Instructie in het reken-wiskundeonderwijs – Aanzet tot een werkkader. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 30*(2), 6-14.

CTWO (Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs) (2007). *Rijk aan betekenis – Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs.* Utrecht: Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs.

Drijvers, P. H. M., Streun, A. van, & Zwaneveld, G. (2012). *Handboek wiskundedidactiek*. Amsterdam: Epsilon Uitgaven.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures.* Dordrecht: Kluwer.

Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education.* (Diss.) Utrecht: Freudenthal Instituut.

Gravemeijer, K.P.E. (red.) (2015). *Reken- en wiskundeonderwijs voor 2032 – Een reactie op het hoofdlijnenadvies.* (internetpublicatie).

Nelissen, M. H. J. (1992). *Uitleggen.* Praktijkcahiers reken-wiskundeonderwijs, red. R. de Jong en I. Verkruysse. Gorinchem: De Ruiter.

Oonk, W. & De Goeij, E.T.J. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 25*(4), 37-39.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. The Wiskobas Project.* Dordrecht: Kluwer.